

Clasificación de señales ECG mediante filtro UFIR y técnicas de aprendizaje automático

Victor Jiménez-Ramos, Roberto Baltazar-Castellanos,
César Hernández-Sánchez, Carlos Lastre-Domínguez

Tecnológico Nacional de México, IT Oaxaca,
Departamento de Ingeniería Electrónica,
México

victor.jimenez@itoaxaca.mx, {cesar.hernandez, carlos.lastre,
roberto.castellanos}@itoaxaca.edu.mx

Resumen. Las enfermedades cardiovasculares constituyen una de las principales causas de muerte a nivel mundial. Para diagnosticar patologías relacionadas con el corazón, el registro de electrocardiograma (ECG) es una herramienta diagnóstica fundamental. Este registro captura características morfológicas que pueden ser empleadas en sistemas automáticos de detección de patologías. Sin embargo, estas características pueden verse afectadas por ruido o artefactos. A lo largo de décadas, se han desarrollado técnicas para abordar este desafío, pero aún se requiere mejorar la precisión en la detección y clasificación automática de las señales ECG. En este contexto, el presente trabajo propone la clasificación de señales ECG que presentan arritmias, insuficiencia cardíaca congestiva y ritmo normal. Se destaca el análisis ANOVA y Kruskal-Wallis de las características espectrales, como la entropía espectral del filtro UFIR. Los hallazgos revelan una mejora significativa en la clasificación de los modelos de aprendizaje mediante el análisis de las curvas ROC.

Palabras clave: UFIR, inteligencia artificial, aprendizaje automático, curva ROC.

Classification of ECG Signals by UFIR Filter and Machine Learning Techniques

Abstract. Cardiovascular diseases are among the leading causes of death globally. Electrocardiogram (ECG) recording is a fundamental diagnostic tool to diagnose heart-related pathologies. This recording captures morphological characteristics that can be used in automatic pathology detection systems. However, these features can be affected by noise or artifacts. Over the years, techniques have been developed to address this challenge, but there is still a need to improve the accuracy of automatic detection and classification of ECG signals. In this context, this study proposes classifying ECG signals that present arrhythmias, congestive heart failure, and normal rhythm. It highlights the ANOVA and Kruskal-Wallis analysis of spectral features, such as the spectral

entropy of the UFIR filter. The findings of this study reveal a significant improvement in the classification of learning models by analyzing ROC curves.

Keywords: UFIR, artificial intelligence, machine learning, ROC curve.

1. Introducción

En la actualidad, las enfermedades cardiovasculares representan una de las principales causas de mortalidad a nivel mundial. Para abordar este desafío, la comunidad médica ha estado buscando constantemente estrategias tecnológicas que permitan la detección temprana de enfermedades cardíacas, salvando así vidas humanas. Una de las herramientas no invasivas más utilizadas con este propósito es el análisis del electrocardiograma (ECG), cuyos patrones son esenciales para predecir enfermedades cardíacas [1, 2]. El ECG registra una serie de características morfológicas, como las ondas P, el complejo QRS, la onda T y la onda U. Aunque esta última puede no ser siempre visible para el profesional médico, las tres primeras son suficientes para detectar patologías específicas, como arritmias o incluso infartos de miocardio [3]. Sin embargo, el ruido asociado a otros sistemas del cuerpo humano, como el respiratorio o el muscular, así como los artefactos generados por enfermedades como el Parkinson o movimientos involuntarios, pueden dificultar la identificación precisa de estos patrones [4].

En las últimas décadas, se han llevado a cabo numerosos estudios para desarrollar técnicas de filtrado y clasificación automática de las señales ECG. Entre ellas se encuentran los filtros convencionales Chebyshev y Butterworth [5]. Sin embargo, estas técnicas pueden presentar limitaciones, como un desfase significativo a medida que aumenta el orden del filtro. Otra técnica conocida es el filtro de Kalman, que se ha aplicado a señales ECG, aunque para un rendimiento óptimo del filtro se requiere un modelo del sistema conocido. Algunos trabajos han presentado un banco de filtros basados en Kalman para abordar este problema, pero deben considerar aspectos frecuenciales de las ondas P, complejo QRS y T para un funcionamiento efectivo del filtro [6].

Otras alternativas incluyen el uso de la transformada de Fourier para el análisis en el dominio de la frecuencia, aunque está limitada por problemas de resolución tiempo-frecuencia [7]. Una solución a este problema es la transformada wavelet, que ha sido ampliamente utilizada como filtro y para la extracción de características en señales ECG [8], aunque su selección adecuada puede requerir un proceso iterativo al seleccionar la función wavelet madre adecuada y tiempo computacional adicional.

También se han empleado técnicas de aprendizaje profundo (*deep learning*) para clasificar arritmias [9-14]. Incluso se han explorado técnicas de inteligencia artificial con estructuras más complejas, como las redes neuronales LSTM (long short-term memory) y las GANs (generative adversarial networks), para la clasificación, reconstrucción y detección automática de patrones cardíacos en señales ECG [15-21]. Sin embargo, estas técnicas pueden enfrentar limitaciones debido al alto consumo de recursos computacionales y la alta complejidad de comprensión de los modelos.

Recientemente, ha surgido una técnica prometedora conocida como Filtro UFIR, que se adapta a diferentes dinámicas y morfologías de señales ECG en entornos

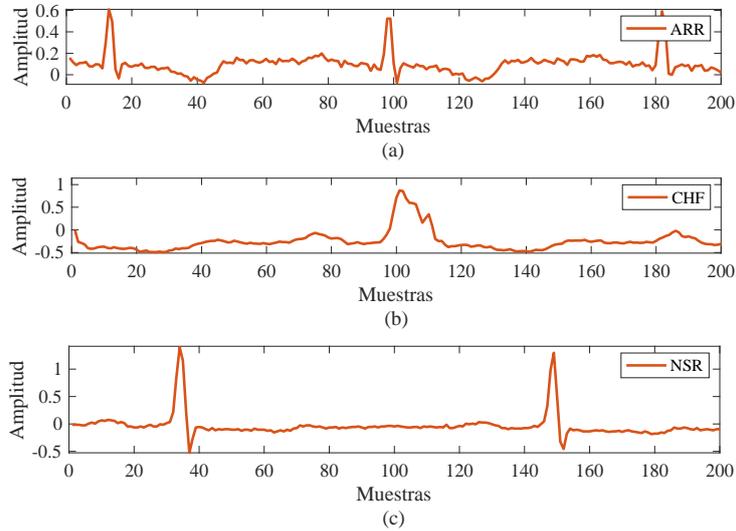


Fig. 1. Patologías de señales ECG: a) arritmia (ARR), insuficiencia cardíaca congestiva (CHF) y los ritmos sinusal normal (NSR).

estacionarios y no estacionarios, y además es fácil de implementar [22]. Este filtro produce estados asociados con un modelo polinomial en términos de una serie de Taylor, lo que permite estimaciones de derivadas de una señal, en este caso, registros ECG.

Esta característica podría ser aprovechada para extraer patrones que aumenten la capacidad discriminativa de un modelo de aprendizaje automático basado en *machine learning*. Este estudio propone un análisis de la clasificación de diversas patologías cardiovasculares, incluyendo el ritmo normal sinusal (NSR), la insuficiencia cardíaca congestiva (CHF) y las arritmias (ARR) (ver Figura 1). El objetivo principal es aprovechar las características extraídas de los estados del electrocardiograma (ECG) mediante el filtro UFIR para mejorar la clasificación de los modelos de aprendizaje automático.

El trabajo se organiza en las siguientes secciones: en la Sección I se detalla el modelo matemático del filtro UFIR; en la Sección II se aborda el proceso de extracción y selección de características; la Sección III describe el análisis del desempeño de los modelos utilizando la curva ROC; y finalmente, se exponen las conclusiones correspondientes.

2. Filtro UFIR

2.1. Modelo de espacio de estados de la señal de ECG

En este modelo, la señal ECG se representa dentro de un intervalo de tiempo $[m, n]$ de longitud N , donde $m = n - N + 1$. La representación de la señal se realiza

Algoritmo 1: Algoritmo del filtro iterativo UFIR

Datos: Y, N, A, C, W

Result:

```

1: Inicio
2: for  $k = N - 1, N \dots$  do
3:    $m = k - N + 1, s = k - N + K;$ 
4:    $G_s = (W_{m,s}^T W_{m,s})(Y_{m,s});$ 
5:    $\hat{x}_s = G_s(W_{m,s}^T)(Y_{m,s});$ 
6:   for  $i = s + 1: k$  do
7:      $\tilde{x}_i^- = A_i \tilde{x}_{i-1};$ 
8:      $G_i = [C_i^T C_i + (A_i G_{i-1} A_i^T)^{-1}]^{-1};$ 
9:      $K_i = G_i C_i^T$ 
10:     $\tilde{x}_i = \tilde{x}_i^- + K_i (y_i - H_i \tilde{x}_i^-)$ 
11:   end for
12:    $\hat{x}_n = \tilde{x}_n$ 
13:    $\hat{x}_{n-q} = A^{-q} \hat{x}_n$ 
14: end for
15: Resultado:  $\hat{x}_k$ 

```

utilizando un grado polinomial determinado en el espacio de estados, lo que permite una descripción precisa de la señal de ECG dentro del marco temporal definido. Es importante destacar que la señal de ECG se considera invariable en el tiempo y determinista. Se parte del supuesto de que la medición de la señal de ECG está afectada por un ruido con media cero, cuya desviación estándar es desconocida y que sigue una distribución gaussiana, aunque no necesariamente. Bajo estas condiciones, la representación de una señal de ECG se expresa de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_{k+1}, \tag{1}$$

$$y_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_{k+1} + v_n, \tag{2}$$

donde \mathbf{x}_k es el vector de proceso de la señal de ECG, y_k es la observación de medición de la señal de ECG, v_k es el ruido de medición medio cero con distribución desconocida, \mathbf{C} es la matriz de observación definida como $\mathbf{C} = [10 \dots 0]$ y la matriz definida \mathbf{A} es la matriz del sistema representada de la siguiente manera:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{(\tau)^2}{2} & \dots & \frac{(\tau)^{K-1}}{(K-1)!} \\ 0 & 1 & \tau & \dots & \frac{(\tau)^{K-2}}{(K-2)!} \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \frac{(\tau)^{K-3}}{(K-3)!} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

La matriz \mathbf{A} es una representación matricial de la expansión de series de potencia de Taylor o Maclaurin, donde K representa el número de estados [22]. Conocidas las

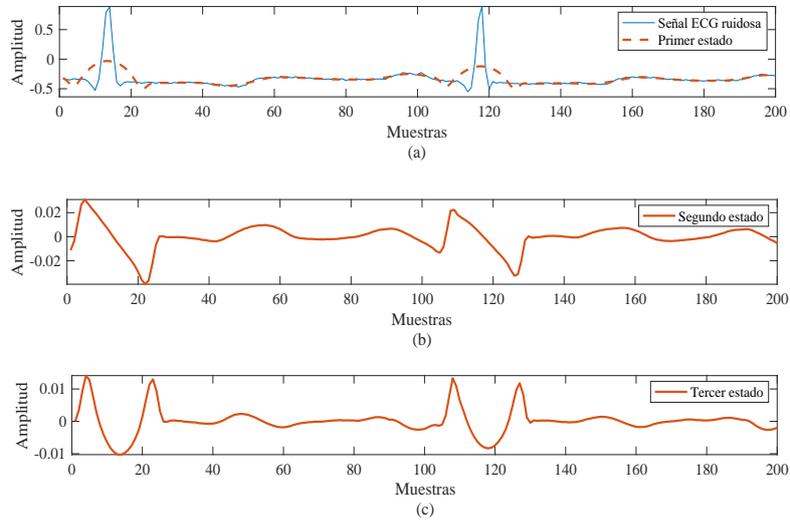


Fig. 2. Estimaciones del filtro UFIR. a) Estimación de la señal ECG, b) Primera derivada de la señal ECG, c) Segunda derivada de la señal ECG.

anteriores variables, sobre un horizonte $[m, n]$ de una serie de puntos del ECG, el filtro UFIR se puede representar como:

$$x_k = (W_{m,n}^T W_{m,n})^{-1} Y_{m,n}, \quad (4)$$

donde $Y_{m,n}$ es el vector de medición extendido de la señal ECG y la matrix W_{mn} se conoce como la matrix aumentada, ambas matrices se pueden representar de la siguiente forma, respectivamente:

$$Y_{m,n} = [y_m^T y_{m+1}^T \dots y_n^T]^T, \quad (5)$$

$$W_{m,n} = \begin{bmatrix} C(A^{n-m})^{-1} \\ \vdots \\ CA^{-1} \\ C \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Es importante resaltar que la matrix W_{mn} contiene los coeficientes del filtro los cuales no son dependientes de la señal de entrada.

2.2. Algoritmo iterativo UFIR

A continuación, presentamos el algoritmo del filtro UFIR similar al filtro de Kalman, el cual se puede trabajar de manera iterativa, [22] (ver algoritmo 1).

Yes la señal ECG con ruido (medición de la señal ECG), donde la variable N es el horizonte o ventana de puntos representada y q es una variable de paso que se puede determinar por las siguientes ecuaciones:

Tabla 1. Comparación del error cuadrático promedio y su desviación estándar de los filtros estudiados. UFIR-1: Filtro UFIR con q-lag 1, UFIR-2: Filtro UFIR con q-lag 2, db6: Filtro wavelet dautchevets, lowpass: filtro pasa bajas, medfil: filtro mediano.

Filtro	Promedio	Desviación estándar
UFIR-1	13.5497	1.8783
UFIR-2	12.2957	1.7115
db6	31.0054	3.1018
lowpass	16.063	2.0693
medfil	18.276	2.2115

$$q = \frac{N_{opt} - 1}{2}, \tag{7}$$

$$q = \frac{N - 1}{2} - \sqrt{\frac{N^2 - 1}{12}}. \tag{8}$$

Para el análisis del error cuadrático medio, se define el término UFIR-1 como el filtro UFIR con la variable de paso q determinada por la ecuación 7. Asimismo, el término UFIR-2 indica que se ha considerado la variable de paso q determinada por la ecuación 8. A continuación, se implementa el filtro UFIR-1. En este estudio, hemos determinado q -lag 1 y q -lag 2 para asociar las ecuaciones 7 y 8, respectivamente. En este caso, cada parámetro está definido como:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{9}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0], \quad W = \begin{bmatrix} CA^{-2} \\ CA^{-1} \\ C \end{bmatrix}, \quad N = 21, \tag{10}$$

donde la variable Y es la señal ECG con ruido. Dado los parámetros, obtenemos las estimaciones presentadas en la figura 2.

Los estados representados en la figura 2 son el producto del filtro UFIR, inicialmente descrito por las ecuaciones 1 y 2, en función de las variables mencionadas. Cada estado está asociado a la estimación y derivadas de la señal ECG.

El primer estado corresponde a la estimación de la señal ECG, es decir, la señal ECG suavizada.

El segundo estado representa la estimación de la primera derivada de la señal ECG estimada.

Finalmente, el tercer estado indica la estimación de la segunda derivada de la señal ECG. [23, 24].

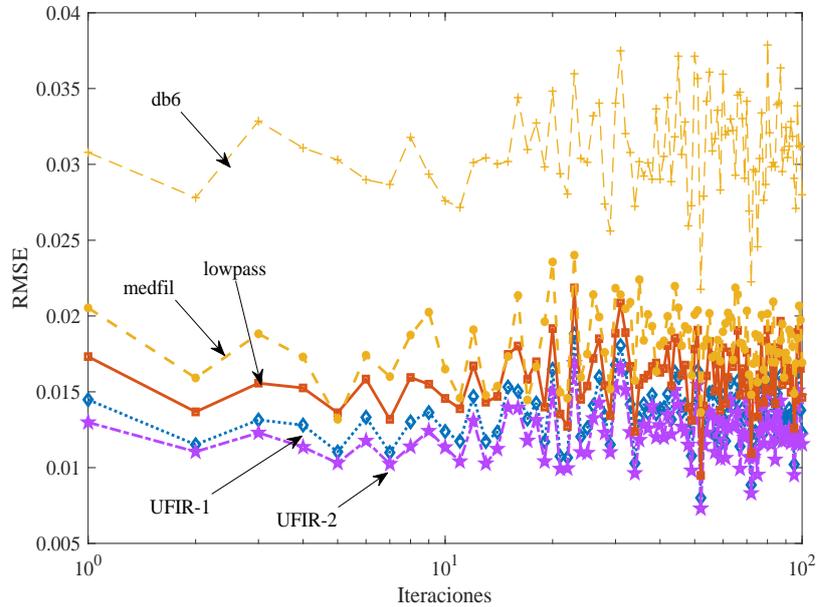


Fig. 3. Desempeño del error cuadrático medio (RMSE) de los filtros estudiados. UFIR-1: Filtro UFIR con q-lag 1, UFIR-2: Filtro UFIR con q-lag 2, db6: Filtro wavelet Daubechies con 6 coeficientes, lowpass: filtro pasa bajas, medfil: filtro mediana.

2.3. Análisis del error cuadrático medio (RMSE)

La estimación de la señal de ECG por los filtros estudiados se compara en términos de RMSE. El error cuadrático medio se determina mediante la ecuación 6:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=0}^L (\tilde{x}_i - y_i)^2}, \quad (11)$$

donde

\tilde{x}_i es la muestra de señal de ECG estimada por los filtros.

y_i es la muestra de señal de referencia de ECG.

L es el tamaño de las muestras.

Se llevó a cabo un experimento utilizando una señal ECG sintética con 100 iteraciones y un nivel de ruido aleatorio de -6dB. En la Figura 3 se muestra el desempeño del error cuadrático medio (RMSE) de los diferentes filtros analizados. Como se puede observar en la Figura 3, se evidencia la variabilidad de cada filtro en función del número de iteraciones. Los filtros basados en UFIR muestran una menor variabilidad frente al ruido aleatorio en comparación con otros tipos de filtros.

Por lo tanto, se selecciona el filtro UFIR para el proceso de extracción y selección de características. En la tabla 1 podemos observar que el filtro UFIR produce menos

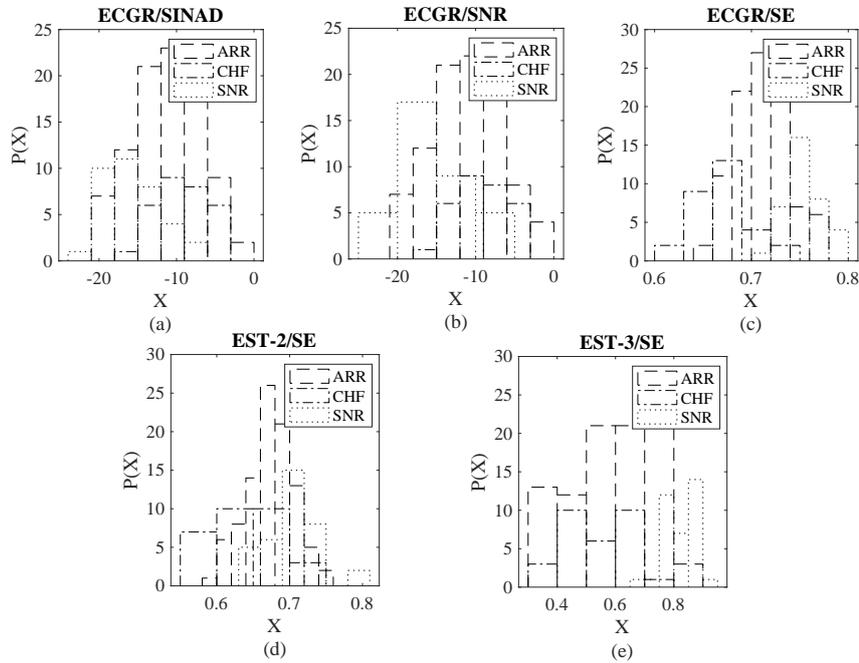


Fig. 4. Histogramas de características seleccionadas.

variabilidad en el sentido del error cuadrático medio comparado con filtros basados en transformada wavelet, filtro pasa bajas, filtro mediana.

3. Extracción y selección de características

Luego de completar el proceso de estimación utilizando el filtro UFIR, se llevaron a cabo extracciones de características tanto estadísticas, armónicas e impulsivas en el dominio temporal de las señales mencionadas, así como características espectrales en el dominio de la frecuencia. Estas características fueron luego sometidas a evaluación mediante análisis de varianza (ANOVA), calculando el valor F (Ver ecuación 10):

$$F = \frac{MSB}{MSW}, \quad (12)$$

dónde:

MSB es el cuadrado medio entre grupos.

MSW es el cuadrado medio dentro del grupo.

También se realizó un análisis de Kruskal-Wallis por el medio del test estadístico (H or χ^2 , chi-cuadrado) representado por la ecuación 11:

Tabla 2. Ranking de características por análisis ANOVA y Kruskal-Wallis. EST-3/ SE: entropía espectral del estado 3, ECGR/SE: entropía espectral de la señal ruidosa, EST-2/ SE: entropía espectral del segundo estado, ECGR/SNR: relación señal a ruido de la señal ECG ruidosa, ECGR/SINAD: relación de distorsión señal a ruido de la señal ECG.

Características	ANOVA	Kruskal-Wallis
EST-3/ SE	81.2397	79.9787
ECGR/SE	53.8797	42.0385
EST-2/ SE	25.0059	12.3776
ECGR/SNR	24.1638	19.5574
ECGR/SINAD	24.0130	14.6998

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{SS_i}{n_i} - 3(N+1), \quad (13)$$

dónde:

k es el número de grupos.

N es el número total de observaciones.

n_i es el número de observaciones en el i -ésimo grupo.

SS_i es la suma de los cuadrados de los rangos dentro del i -ésimo grupo.

Como se detalla en la tabla 1, con el fin de detectar posibles diferencias significativas entre las clases basadas en estas características. Como resultado de este procedimiento, se identificaron las cinco características más relevantes, algunas de las cuales se derivan de la señal de electrocardiograma ruidosa (ECGR), mientras que otras provienen de los estados 2 y 3 del filtro UFIR.

Como pueden ver en la figura 3, se representa la distribución $P(X)$ de las características analizadas. Entre las características más importantes, sobresalen la SINAD (*signal to noise and distortion ratio*), relación señal a ruido (SNR) y entropía espectral (SE). Entre todas ellas resalta la entropía espectral del estado 3 resultante del algoritmo UFIR. La base de datos de la señales ECG están descritas en [25, 26], del cual en este estudio se analizaron un total de 162 señales, 96 señales con ARR, 30 señales con CHD y 36 señales con SNR.

4. Análisis de curva ROC

Con base en las características seleccionadas, se llevó a cabo el proceso de entrenamiento y prueba utilizando una división hold-out 80/20 y validación cruzada 10 con diversos modelos de aprendizaje. Como se observa en las Figuras 4 y 5, los clasificadores que obtuvieron los mejores resultados durante el proceso de prueba están fundamentados en un ensamble de árboles de decisión, discriminante lineal y máquinas de soporte vectorial con kernel cuadrático y cúbico. Al evaluar cada modelo mediante la curva ROC, se encontró que el área bajo la curva (AUC) mostró resultados cercanos a 0.9 para las clases de señales ECG, especialmente en los modelos basados en máquinas de soporte vectorial y discriminante lineal.

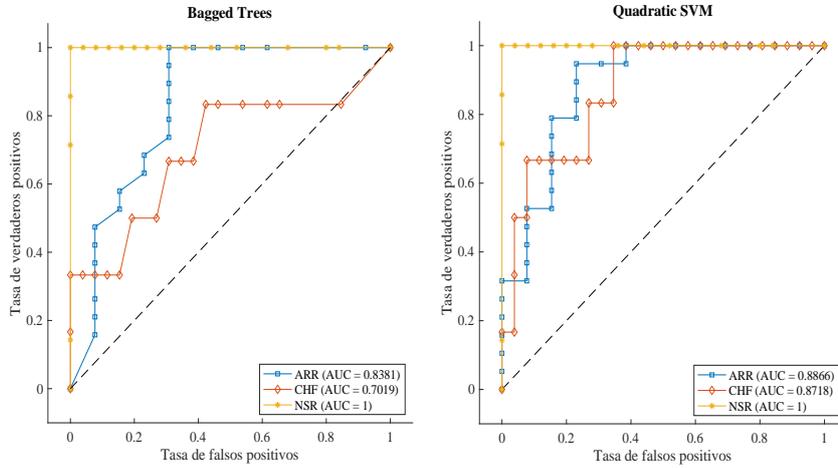


Fig. 5. Curvas ROC: a) Bagged Trees: Ensamble de árboles, b) Quadratic SVM: Máquinas de soporte vectorial con kernel cuadrático.

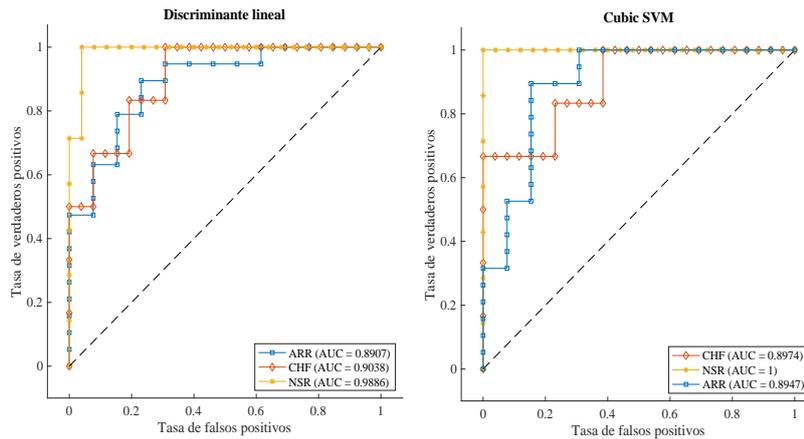


Fig. 6. Curvas ROC: a) Discriminante lineal, b) Cubic SVM: Máquinas de soporte vectorial con kernel cúbico.

5. Conclusiones

El filtro UFIR ha demostrado ser una opción estable frente al ruido aleatorio, evaluado en términos del error cuadrático medio (RMSE), en comparación con otros filtros como los basados en wavelets, los pasa bajos y los de mediana.

Esta técnica UFIR emerge como una herramienta prometedora que, combinada con estrategias de aprendizaje automático, puede producir resultados significativos. El análisis de las curvas ROC revela el desempeño prometedor de los algoritmos de

aprendizaje utilizados, destacando especialmente los modelos basados en máquinas de soporte vectorial y discriminante lineal.

Es importante destacar que las derivadas de la señal ECG ofrecen características que tienen el potencial de mejorar el diagnóstico de patologías en estas señales. Como perspectiva futura, se contempla la ampliación del conjunto de datos disponible y la exploración de estados superiores a los estudiados en el filtro UFIR.

Referencias

1. Goldberger, A.L., Goldberger, Z.D., Shvilkin, A.: Goldberger's Clinical Electrocardiography. Perfusion (2018)
2. Armstrong, M.L.: Los electrocardiogramas: Método sistemático para su lectura. El Ateneo, (1974)
3. Goldberger, A.L., Amaral, L.A.N., Glass, L., Hausdorff, J.M., Ivanov, P.C., Mark, R.G., Mietus, J.E., Moody, G.B., Peng, C., Stanley, H.E.: Physiobank, Physiokit, and Physionet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. *Circulation*, vol. 101, no. 23 (2000). DOI: 10.1161/01.cir.101.23.e215.
4. Akbilgic, O., Kamaleswaran, R., Mohammed, A., Ross, G.W., Masaki, K., Petrovitch, H., Tanner, C.M., Davis, R.L., Goldman, S.M.: Electrocardiographic Changes Predate Parkinson's Disease Onset. *Scientific Reports*, vol. 10, no. 1 (2020). DOI: 10.1038/s41598-020-68241-6.
5. Basu, S., Mamud, S.: Comparative Study on the Effect of Order and Cut off Frequency of Butterworth Low Pass Filter for Removal of Noise in ECG Signal. In: *IEEE 1st International Conference for Convergence in Engineering*, pp. 156–160 (2020). DOI: 10.1109/icce50343.2020.9290646.
6. Hesar, H.D., Mohebbi, M.: An Adaptive Kalman Filter Bank for ECG Denoising. In: *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 25, no. 1, pp. 13–21 (2021). DOI: 10.1109/jbhi.2020.2982935.
7. Tripathy, R.K., Dash, D.K., Ghosh, S.K., Pachori, R.B.: Detection of Different Stages of Anxiety from Single-channel Wearable ECG Sensor Signal Using Fourier–bessel Domain Adaptive Wavelet Transform. *IEEE Sensors Letters*, vol. 7, no. 5, pp. 1–4 (2023). DOI: 10.1109/lsens.2023.3274668.
8. Amri, M.F., Rizqyawan, M.I., Turnip, A.: ECG Signal Processing Using Offline-wavelet Transform Method Based on ECG-IoT Device. In: *3rd International Conference on Information Technology, Computer, and Electrical Engineering (ICITACEE)*, pp. 1–6 (2016). DOI: 10.1109/icitacee.2016.7892404.
9. Hou, Y., Liu, R., Shu, M., Xie, X., and Chen, C.: Deep Neural Network Denoising Model Based on Sparse Representation Algorithm for ECG Signal. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 72, pp. 1–11 (2023). DOI: 10.1109/tim.2023.3251408.
10. Hou, Y., Liu, R., Shu, M., Xie, X., Chen, C.: Deep Neural Network Denoising Model Based on Sparse Representation Algorithm for ECG Signal. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 72, pp. 1–11 (2023). DOI: 10.1109/tim.2023.3251408.
11. Islam, M.S., Islam, M.N., Hashim, N., Rashid, M., Bari, B.S., Farid, F.A.: New Hybrid Deep Learning Approach Using BiGRU-BiLSTM and Multilayered Dilated CNN to Detect Arrhythmia. *IEEE Access*, vol. 10, pp. 58081–58096 (2022). DOI: 10.1109/access.2022.3178710.
12. Hou, Y., Liu, R., Shu, M., Xie, X., Chen, C.: Deep Neural Network Denoising Model Based on Sparse Representation Algorithm for ECG signal. In: *IEEE Transactions on*

- Instrumentation and Measurement, vol. 72, pp. 1–11 (2023). DOI: 10.1109/tim.2023.3251408.
13. Xiao, Q., Lee, K., Mokhtar, S.A., Ismail, I., Pauzi, A.L.b.M., Zhang, Q., Lim, P.Y.: Deep Learning-based ECG Arrhythmia Classification: A Systematic Review. *Applied Sciences*, vol. 13, no. 8, pp. 4964 (2023). DOI: 10.3390/app13084964.
 14. Kiranyaz, S., Devcioglu, O.C., Ince, T., Malik, J., Chowdhury, M., Hamid, T., Mazhar, R., Khandakar, A., Tahir, A., Rahman, T., Gabbouj, M.: Blind ECG Restoration by Operational Cycle-GANs. In: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 69, no. 12, pp. 3572–3581 (2022). DOI: 10.1109/tbme.2022.3172125.
 15. Shaker, A.M., Tantawi, M., Shedeed, H.A., Tolba, M.F.: Generalization of Convolutional Neural Networks for ECG Classification Using Generative Adversarial Networks. *IEEE Access*, vol. 8, pp. 35592–35605 (2020). DOI: 10.1109/access.2020.2974712.
 16. Nankani, D., Baruah, R.D.: Investigating Deep Convolution Conditional Gans for Electrocardiogram Generation. In: *International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 1–8 (2020). DOI: 10.1109/ijcnn48605.2020.9207613.
 17. Nankani, D., Baruah, R.D.: Investigating Deep Convolution Conditional GANs for Electrocardiogram Generation. In: *International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 1–8 (2020). DOI: 10.1109/ijcnn48605.2020.9207613.
 18. Berger, L., Habermusch, M., Moscato, F.: Generative Adversarial Networks in Electrocardiogram Synthesis: Recent Developments and Challenges. *Artificial Intelligence in Medicine*, vol. 143, pp. 102632 (2023). DOI: 10.1016/j.artmed.2023.102632.
 19. Jyotishi, D., Dandapat, S.: An LSTM-based Model for Person Identification Using ECG signal. *IEEE Sensors Letters*, vol. 4, no. 8, pp. 1–4 (2020). DOI: 10.1109/lsens.2020.3012653.
 20. Yamamoto, K., Hiromatsu, R., Ohtsuki, T.: ECG Signal Reconstruction Via Doppler Sensor by Hybrid Deep Learning Model with CNN and LSTM. *IEEE Access*, vol. 8, pp. 130551–130560 (2020). DOI: 10.1109/access.2020.3009266.
 21. Shmaliy, Y.S., Zhao, S.: *Optimal and Robust State Estimation: Finite Impulse Response and Kalman Approaches*. John Wiley and Sons (2022). DOI:10.1002/9781119863106.
 22. Shmaliy, Y.: Unbiased FIR Filtering of Discrete-time Polynomial State-space Models. In: *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 4, pp. 1241–1249 (2009). DOI: 10.1109/tsp.2008.2010640.
 23. Shmaliy, Y.S., Zhao, S., Ahn, C.K.: Unbiased Finite Impulse Response Filtering: An Iterative Alternative to Kalman Filtering Ignoring Noise and Initial Conditions. *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 37, no. 5, pp. 70–89 (2017). DOI: 10.1109/MCS.2017.2718830.
 24. Moody, G., Mark, R.: The Impact of the MIT-BIH Arrhythmia Database. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, vol. 20, no. 3, pp. 45–50 (2001). DOI: 10.1109/51.932724.
 25. Clifford, G., Liu, C., Moody, B., Lehman, L., Silva, I., Li, Q., Johnson, A., Mark, R.: AF Classification from a Short Single Lead ECG Recording: The Physionet Computing in Cardiology Challenge 2017. *Computing in Cardiology*, vol. 44, pp. 1 (2017). DOI: 10.22489/cinc.2017.065-469.